

"APLICACION M.E.F. AL DISEÑO DE PRESAS BOVEDA"

J. DIEZ-CASCON, J. DIAZ DEL VALLE, A. SAMARTIN QUIROGA

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y
PUERTOS DE SANTANDER.

1. PLANTEAMIENTO Y OBJETIVOS

El problema de la optimización en el diseño de presas - bóveda, planteado en toda su generalidad, corresponde a la definición de este diseño, es decir, de los siguientes parámetros - de la presa bóveda: 1) Forma. 2) Altura. 3) Localización. 4) Propiedades. 5) Procedimiento de construcción. 6) Tratamiento de la cimentación y juntas con el terreno. 7) Localización y tipo de obras secundarias (aliviadero, galerías, etc.). 8) Uso de armado o pretensado; de modo que se minimice una cierta función mérito, que exprese el coste de la estructura en función de estos parámetros (1).

Este es el planteamiento general, pero evidentemente es de todo punto inabordable, en el estado actual de la técnica.

En este artículo, sólo se trata de definir geométricamente la bóveda; es decir, la forma de su superficie media, representada por una expresión analítica o numérica y por la ley de espesores. La función mérito se reduce, asimismo, a una que dependa exclusivamente del volumen de hormigón.

Una primera etapa en la optimización de las presas bóveda corresponde al diseño asistido mediante computador de la estructura, es decir, a la obtención de una geometría que satisfaga los condicionamientos impuestos (criterios de diseño), es decir, que sea una solución válida o admisible pero que no necesariamente representa la presa óptima.

La idea fundamental que se utiliza corresponde a proyectar la presa como una superficie antifunicular de las cargas - mantenidas o predominantes (peso propio más presión hidrostática). De este modo, se utiliza el material de la presa, el hormigón, del modo más racional y económico posible -a compresión- - evitando al máximo las flexiones.

El proceso de diseño asistido mediante computador de - presas bóveda que se presenta, es esencialmente iterativo y rea-

limentado de modo que, cambiando en sucesivas etapas (iteraciones) los espesores y, por tanto, su forma, se alcance una que satisfaga los requerimientos impuestos en los criterios de diseño previamente establecidos. Este proceso de diseño, consta de dos partes bien diferenciadas (figura 1):

1. Obtención de la forma de diseño (figura 1.a).
2. Análisis tensional de la forma obtenida (figura 1.b).

Etapas 1. Obtención de la forma de diseño

La forma de diseño depende de varios factores:

- a) Método de obtención de la superficie antifunicular.

La técnica de cálculo y obtención de la superficie antifunicular mediante la resolución de la ecuación de la membrana, ha sido el método de los elementos finitos. El carácter numérico de este método permite una gran flexibilidad en el tratamiento de situaciones reales encontradas en la práctica (variación de espesores, cerradas arbitrarias, casos de cargas generales, etc.). La teoría de la membrana que se considera adecuada corresponde a la denominada estáticamente no lineal es decir, considera la existencia de grandes movimientos, pequeñas deformaciones y material elástico y lineal. (2).

- b) Solicitaciones actuantes.

La definición de las cargas que deben estar en equilibrio en la configuración final de la membrana (que posteriormente será tomada como superficie de la presa) constituye un problema de no clara respuesta, y para el que existen varias posibilidades de cargas a considerar:

- 1) Carga hidráulica.
- 2) Carga hidráulica y peso propio (hormigón).
- 3) Carga hidráulica (peso específico $0,5 \text{ Tm}^{-3}$.) y peso propio (hormigón).

Se ha utilizado como carga para la obtención de la superficie antifunicular la situación de peso propio (hormigón) más la mitad de la presión hidrostática, para permitir que, partiendo de esta situación de "compresión pura", las variaciones de carga y, por tanto, de tensiones sobre este hipotético estado de equilibrio sean las menores posibles. En efecto, las situaciones reales: (a) peso propio (vacío) y (b) peso propio + carga hidráulica (llena), corresponde a la resta y suma de la mitad de la presión hidrostática de la situación adoptada, y por lo tanto, en principio, salvo variaciones pequeñas de los valores de los esfuerzos axiales, deberían producir valores simétricos en las

tensiones máximas de ambos parámetros de la presa (1).

c) Ley de Espesores.

Se ha elegido como ley de variación de espesores:

$$e = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + b_1 x + b_2 x^2$$

que define el espesor de cada punto de la membrana (figura 2).

Se ha adoptado esta ley de espesores por la facilidad - que supone comprobar los efectos de modificaciones en sus coeficientes en la variación del estado tensional de la presa, característica importante debido al carácter iterativo y realimentado utilizado en este análisis. (2).

d) Módulo de elasticidad.

Este valor corresponde al material de la membrana, y su variación permite obtener distintas formas de superficies anti-funiculares, de las cuales se eligen aquéllas que satisfagan los criterios de diseño: desplome mínimo de la presa y ángulos de ataque de los arcos al macizo de cimentación (3).

e) Forma inicial.

La obtención de la superficie de equilibrio de la membrana con las cargas actuantes se lleva a cabo mediante una técnica iterativa, dado el carácter no lineal (grandes movimientos de conjunto). Se parte de una superficie inicial y, tras sucesivos cálculos lineales, se alcanza una superficie final de equilibrio. Esta puede depender, de un modo importante, de la forma inicial de la membrana. De este hecho se hará uso para llegar a obtener la forma posible o factible. Es decir, una vez definida la superficie inicial, módulo de elasticidad, así como su ley de espesores, y hallada la superficie que está en equilibrio con las cargas, puede que no se satisfagan algunos de los condiciona

NOTA(3): Se sugiere el rango de 1500 a 3000 tm^{-2} si se adopta - como sollicitación de diseño peso propio (hormigón) y - mitad de carga hidráulica. En el caso de peso propio y carga hidráulica, deben duplicarse estos valores.

NOTA(2): El programa de computador realizado permite otros tipos de variación para esta ley de espesores.

NOTA(1): De acuerdo con los estudios realizados, puede tomarse como sollicitación de diseño, el peso propio más una - fracción de carga hidráulica comprendida entre la mitad y el total. No siendo esta fracción relativamente importante en el resultado, se recomienda, sin embargo la situación de peso propio más mitad de carga hidráulica.

mientos impuestos (criterios de diseño) referentes a su forma. En particular de altura final de la presa (situación de equilibrio) no coincide con la inicial. Se procede, en este caso, al cambio de la superficie inicial, y, mediante un nuevo proceso iterativo, se puede llegar a la forma deseada (figura 3).

Etapa 2. Análisis tensional de la forma obtenida

En esta segunda parte, se realiza un análisis tensional de la forma adoptada, sometida a las cargas de uso.

El método elegido es, de nuevo, el de los elementos finitos, en el cual se supone la presa formada por una superficie poliedrica de elementos planos, y el terreno se simula mediante unos elementos unidimensionales con rigidez torsional y axial.

2. SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE LA MEMBRANA FASE DE DISEÑO

2.1. Método de análisis

La siguiente secuencia de pasos constituye el algoritmo utilizado para obtener la configuración de equilibrio de una membrana sometida a una carga dada.

1. La lámina de partida se discretiza en una malla de - elementos finitos (triangulares o cuadriláteros), cuya geometría y topología o interconexión constituyen los datos en el programa utilizado.

Si se adopta una aproximación inicial de los desplazamientos nodales, puede acelerarse la convergencia del método. Si no se parte de una estimación inicial de los desplazamientos, entonces el punto de arranque será la solución trivial $r_0 = 0$.

2. Se calculan las deformaciones del elemento, referidas a ejes locales. Estas son obtenidas a partir de los - desplazamientos nodales, expresados en coordenadas - globales, a través de relaciones no lineales.
3. Se determinan las fuerzas resistidas por cada elemento en los puntos nodales, respecto a ejes locales. La matriz de rigidez secante K_s es utilizada en el método de los elementos finitos para transformar las deformaciones del elemento (obtenidas en el paso 2) a fuerzas elementales.

La carga total resistida por la estructura en la presente configuración se deduce transformando a ejes - globales las fuerzas elementales halladas anteriormente, sumando en cada nudo las fuerzas que le corresponden como perteneciente a distintos elementos.

4. A continuación se calcula, en ejes locales, la matriz de rigidez tangente K_t para cada elemento, transfórmandola después al sistema global de coordenadas. La matriz de rigidez tangente relaciona los incrementos de los desplazamientos, Δr^i , con los correspondientes incrementos de fuerzas nodales, ΔR^i .

Posteriormente, se procede al ensamblaje de estas matrices tangentes, obteniendo la matriz tangente global.

5. La carga total resistida por la estructura se resta de la carga aplicada, determinando así la carga desequilibrada que actúa sobre la estructura en la presente configuración.
6. Si la carga desequilibrada, ΔR , es pequeña frente a la carga aplicada, R , entonces la presente configuración para la estructura es considerada como configuración de equilibrio. Si la carga desequilibrada, ΔR , es todavía apreciable en la presente configuración, entonces es necesario añadir a los desplazamientos - los incrementos de éstos (Δr) que se deduzcan de la resolución del sistema:

$$\Delta R = K_t \Delta r$$

Los pasos de 2 a 6 son repetidos hasta que se alcance una configuración de equilibrio para cada incremento de carga.

El algoritmo descrito constituye la base del programa, que se denomina "Grandes Desplazamientos en 3 Dimensiones (GD3D)".

2.2. Consideraciones sobre la convergencia de la solución

En el diseño de presas bóveda, se adopta frecuentemente, por conveniencia, como configuración inicial de la membrana, un plano o superficie poliédrica, con lo que se simplifica enormemente la preparación de datos, pero existe la desventaja de que la membrana plana es inestable o crítica frente a cargas transversales. Este hecho se traduce en que la matriz de rigidez tangente K_t^0 inicial es singular, con lo cual esta situación de arranque para el proceso iterativo no es válida.

La técnica utilizada aquí, y que se describe a continuación, tiene las ventajas de ser fácil de aplicar y suficientemente estable numéricamente respecto al proceso convergente. Consiste en considerar nulos los desplazamientos iniciales $r^0 = r$ -en el caso de que la configuración inicial sea plana sería $K_t^0 = 0$ -pero se modifica la matriz de rigidez tangente inicial K_t^0 , mediante la introducción de unas tensiones iniciales de σ_x^0 y σ_y^0 , que permiten mediante la sencilla consideración de

unos valores en el programa de computador, eliminar el carácter singular de la matriz tangente. De este modo se pueden utilizar en la situación inicial del proceso iterativo, superficies planas o quasi-planas (4).

Una vez que el proceso iterativo está en marcha, se anulan las pretensiones σ^0 y σ^0 , y se permite que la membrana converja libremente, bajo las X y Y cargas actuantes, a su configuración final de equilibrio.

3. ANALISIS DE LA PRESA BOVEDA COMO LAMINA DELGADA CON SOPORTES ELASTICOS DE VOGT

Una vez obtenida, con el programa GD3D, una forma posible o factible de la presa, desde el punto de vista geométrico, hay que comprobar que el estado tensional es adecuado. Para ello, esta estructura laminar se analiza mediante la técnica de los elementos finitos, eligiendo una de las dos alternativas siguientes:

- a) Considerando la lámina como un ensamblaje de elementos planos.
- b) Considerándola como un caso especial de la elasticidad tridimensional.

Se ha adoptado la primera posibilidad, en razón de las siguientes consideraciones:

1. Aprovechamiento directo de la salida de resultados, obtenida con el programa de "Diseño" GD3D, como datos de entrada del cálculo elástico de la presa.
2. Utilización del desacoplamiento entre los estados de membrana y de flexión, que se obtiene al considerar la lámina como un ensamblaje de elementos planos, lo que permite formular la matriz de rigidez del elemento laminar de un modo muy simple.
3. La economía en tiempo de uso de ordenador ha sido una razón especial, particularmente si se considera la posibilidad de reiterados análisis hasta alcanzar la solución final.

NOTA(4): Los valores de estas pretensiones, serían teóricamente las correspondientes a la situación final de equilibrio de la membrana. De este modo no sería necesaria ninguna iteración. Se asignan valores de 200 a 300 tm^{-2} . para presas normales.

4. SENSIBILIDAD DE LOS PARAMETROS DE DISEÑO

4.1. Influencia del módulo de elasticidad y espesores de la membrana

De los estudios realizados, se ha deducido que existe una fuerte influencia del módulo de elasticidad en el desplome de la ménsula central, y la poca relación que tiene el desplazamiento vertical y con la ley de espesores (figura 4).

4.2. Estudio de los parámetros de convergencia α y λ

Asimismo de los casos analizados se concluye:

-La gran influencia de la pendiente media de la superficie inicial de la membrana en el desplazamiento vertical de la misma (figura 5).

-La convergencia del proceso iterativo geométrico ha sido lograda en un número inferior a 4 iteraciones. En cerradas en las cuales se muestra una membrana cuya pendiente media (α_m) sea superior a 45° , los parámetros de convergencia geométrica que se consideran más apropiados son $\lambda = 1$ y $\alpha = \tan \alpha_m$ (figura 6). Si la pendiente media es inferior a 45° , se recomienda proceder de la forma siguiente: En la segunda iteración, se utiliza como superficie inicial, la obtenida mediante la transformación definida por los parámetros α y λ (figura 3), pero adoptando ahora una pendiente más cercana a la superficie final prevista. Esto se consigue considerando una fracción del valor $\Delta z_{i-1}/\lambda$ correspondiente a la denominación de ordenada 2, del punto $i-1$ al i (figura 3), conservando el valor $\Delta z_{i-1}/\alpha\lambda$ de la transformación de la coordenada y . Esta transformación debe contener los siguientes parámetros de convergencia $\lambda > 4$ y $\alpha \leq 0,1$. (3).

5. APLICACION DE LA METODOLOGIA

Como ejemplos de aplicación de las posibilidades del método expuesto, se consideran dos casos, correspondientes a dos presas:

1. Presa de Susqueda.
 2. Presa de Mingorría.
1. La primera aplicación del método se realiza a una presa, la de Susqueda, ya construida, para la que existe una excelente información (4). De este modo se puede comprobar la bondad del método.
 2. La segunda, corresponde a la presa de Mingorría, sobre el río Adaja (Avila), en fase de proyecto. La ra

zón por la cual se ha elegido esta presa, estriba en la dificultad que entraña el encajar una presa bóveda en la cerrada adoptada, y, con ello comprobar la posibilidad de aplicación del método propuesto en situaciones relativamente límites. En efecto, la presa de Mingorría está situada en un valle con una relación cuerda/altura muy alta, cerca de 5, teniendo también una marcada asimetría.

Para la aplicación de la metodología propuesta, es preciso la realización previa de un trabajo de preparación de datos:

1. Preparación de datos para la simulación de la membrana. (Programa GD3D).
 - 1.1. Constantes generales.
 - 1.2. Forma de la cerrada.
 - 1.3. Forma inicial de la membrana y su discretización en elementos finitos.
 - 1.4. Ley de espesores iniciales.
2. Preparación de datos para el análisis tensional de la forma de diseño.
 - 2.1. Constantes generales.
 - 2.2. Simulación del terreno mediante los "Elemento - contorno".
3. Restricciones de comportamiento tensional y geométrico impuestas a la forma de diseño.
4. En un proceso previo o iteración inicial, es necesario conocer los siguientes parámetros:
 - a) Pre-tensiones que hacen convergente el proceso iterativo que se realiza dentro del programa GD3D (apartado 2.2).
 - b) Número de incrementos de carga, si se estiman necesarios, para lograr la convergencia del proceso iterativo del programa GD3D.
 - c) Rango de los valores del módulo de elasticidad de la membrana, dentro del cual se satisfacen las restricciones de forma impuestas a la presa.
 - d) Definición de los parámetros de convergencia, α y λ , necesarios para el cumplimiento de las restricciones geométricas impuestas a la presa, referentes a la altura de la presa. (Apartado 4.2.).

5.1. PRESA DE SUSQUEDA

SOLUCION ADOPTADA

Después de realizar cuatro iteraciones, se ha adoptado como solución, la correspondiente a la última iteración, cuyos parámetros de diseño y comportamiento son:

PARAMETROS DE DISEÑO	LEY DE ESPESORES (m)		$4.5 + 0.323 z - 0.00153 z^2 + 0.000052 z^3$	
	PRETENSION PSX (T/m ²)		350	
	PRETENSION PSy (T/m ²)		200	
	MODULO DE ELASTICIDAD (T / m ²)		2500	
COMPORTAMIENTO DE LA FORMA DE DISEÑO	PESO PROPIO ACTUANDO SOBRE LAMINA	σ_{max} (T/m ²)	709	
		σ_{min} (T/m ²)	186	
	PESO PROPIO ACTUANDO SOBRE MENSULA	σ_{max} (T/m ²)	680	
		σ_{min} (T/m ²)	92	
	FUNCION MERITO		VOLUMEN DE HORMIGON (m ³)	$5 \cdot 16 \cdot 10^5$



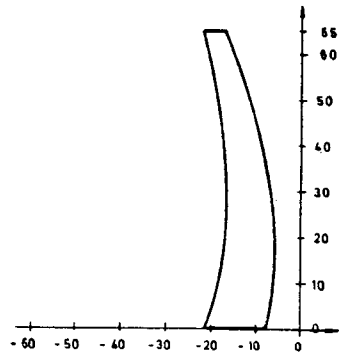
Ménsula central iteración 4-2500

5.2. PRESA DE MINGORRIA

SOLUCION ADOPTADA

Después de realizar dos iteraciones se considera que la correspondiente a la segunda, es una solución posible o factible.

PARAMETROS DE DISEÑO	LEY DE ESPESORES (m)		$5 + 0.1333 z + 0.000067 x^2$
	PRETENSION PSX (T/m ²)		200
	PRETENSION PSY (T/m ²)		200
	MODULO DE ELASTICIDAD (T/m ²)		1500
COMPORTAMIENTO DE LA FORMA DE DISEÑO	PESO PROPIO ACTUANDO SOBRE LAMINA	$\sigma_{max.}$ (T/m ²)	312
		$\sigma_{min.}$ (T/m ²)	159
	PESO PROPIO ACTUANDO SOBRE MENSULA	$\sigma_{max.}$ (T/m ²)	350
		$\sigma_{min.}$ (T/m ²)	82
FUNCION MERITO	VOLUMEN DE HORMIGON(m ³)		$1.489 \cdot 10^6$



Ménsula central iteración 2-1500

BIBLIOGRAFIA

- (1) Sharpe, R. "The analysis and optimum design of arch dams". P.h. University of Southampton (1968).
- (2) Smith. P. "A numerical formulation for the nonlinear theory of membrane Shells". P.h. University of California, Berkeley (1969).
- (3) Diez-Cascon J., Samartín A., Diaz del Valle J. "Una contribución al diseño asistido mediante computador de presas bóveda". A.E. 82-4. E.T.S. Caminos, Canales y Puertos de Santander (1982).
- (4) Rebollo A. "La presa bóveda de Susqueda". Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento (1972).

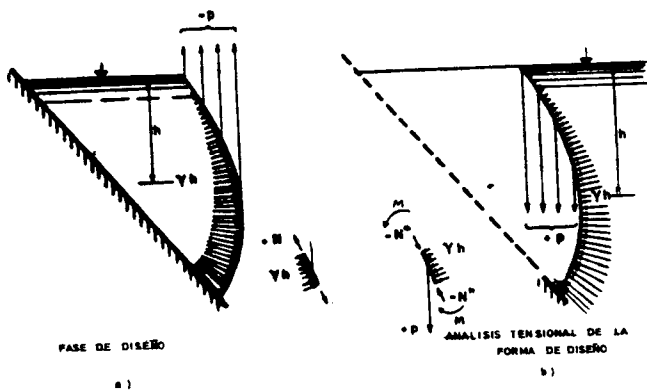


Fig. 1. Metodología propu.

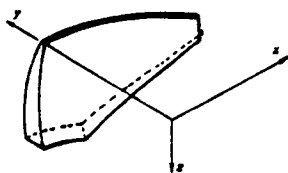


Fig. 2. Ejes de referencia en la definicion de espesores
(el eje xy es paralelo a la dirección del río)
 $e = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + b_1 z + b_2 z^2$

$$\begin{aligned}x_i &= x_{i-1} \\y_i &= y_{i-1} - \frac{\Delta Z_{i-1}}{\lambda \alpha} \\z_i &= z_{i-1} - \frac{\Delta Z_{i-1}}{\lambda}\end{aligned}$$

α y λ Parametros de convergencia geométrica

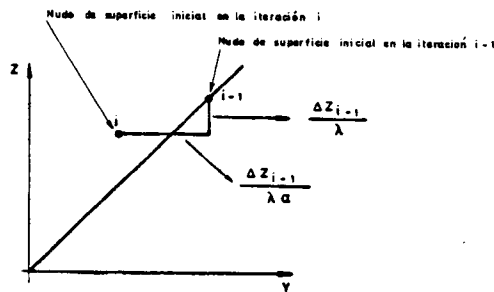


Fig. 3. Transformación de coordenadas para la superficie inicial

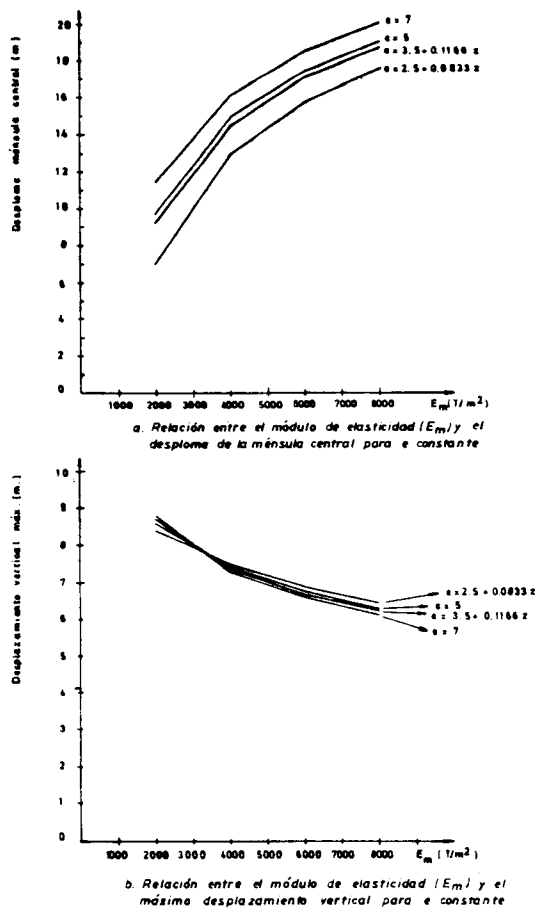


Fig. 4. Gráficas comparativas de los resultados obtenidos para $\alpha_m = 60^\circ$, variando el módulo de elasticidad (E_m) y su ley de espesores

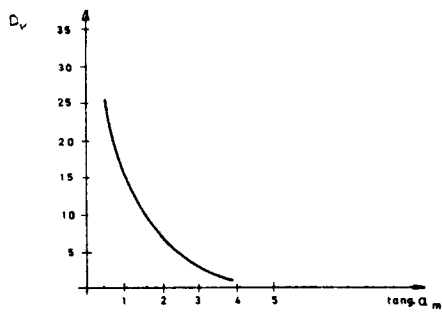


Fig. 5. Relación entre la pendiente media de la superficie inicial y el máx. de desplazamiento vertical
 $\alpha = \tan^{-1} 50^\circ$ $\lambda = 1$

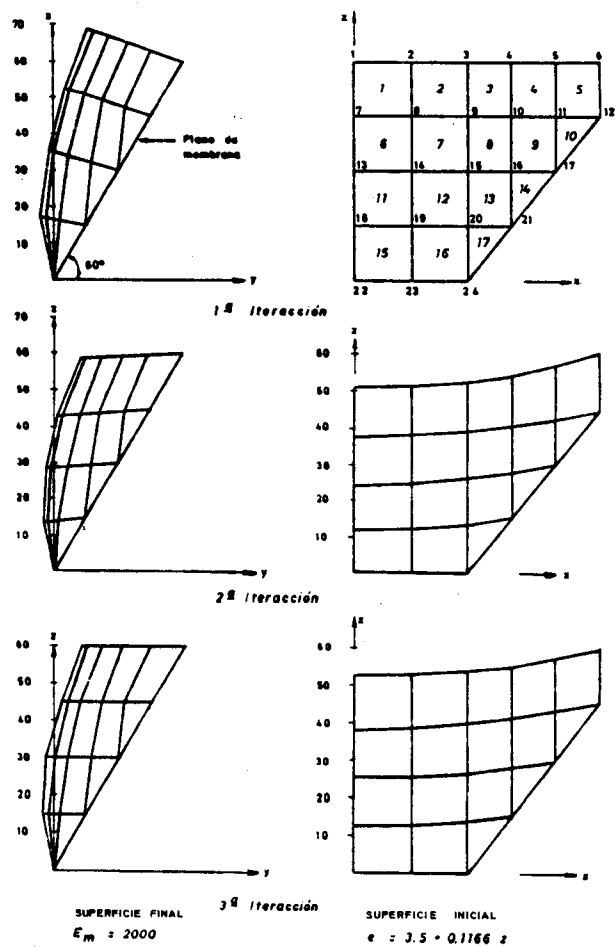


Fig. 6. Aplicación del proceso de convergencia geométrica

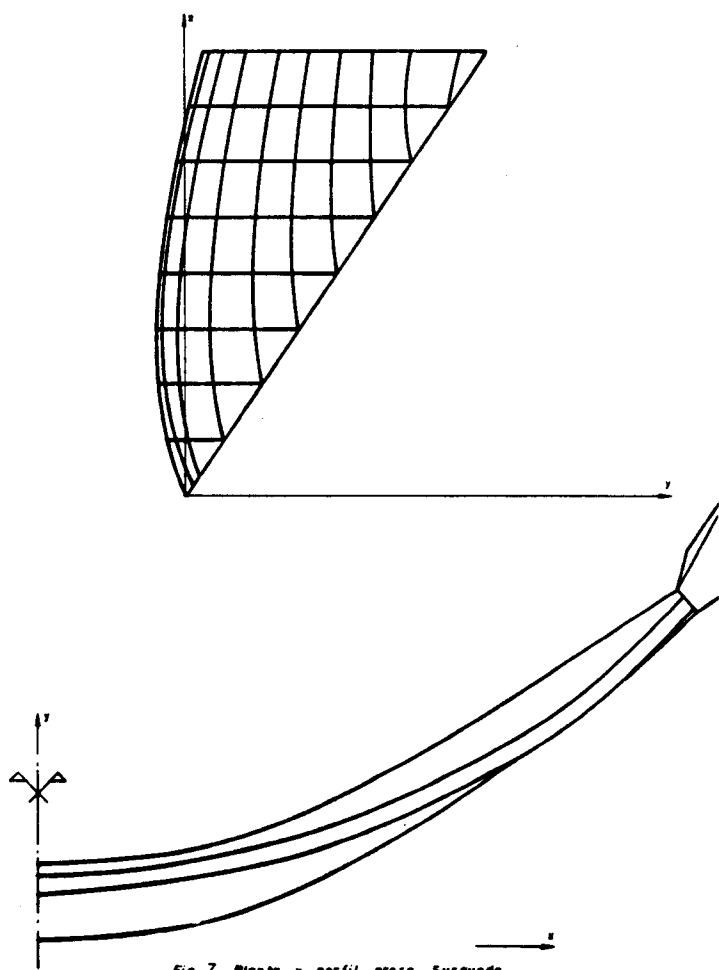


Fig. 7 . Planta y perfil presa Susqueda

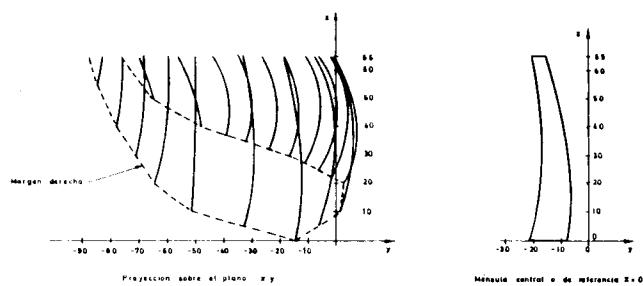


Fig. 8 Forma de diseño de la solución adaptada en la presa de Mingorria

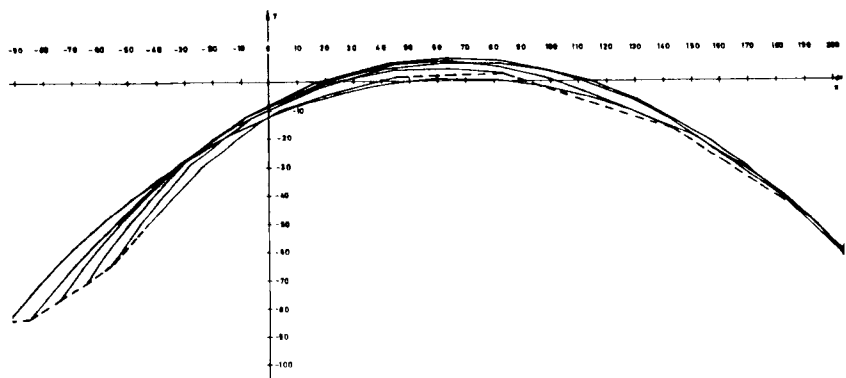


Fig. 9 Forma de diseño de la solución adaptada Proyección sobre el plano y z (arcos I) Presa de Mingorria